Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования Московской области
«Международный университет природы, общества и человека «Дубна»
(Университет «Дубна»)
Факультет естественных и инженерных наук

Кафедра теоретической физики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Теория групп. Часть 1.

Для направления 010700.62 «ФИЗИКА»

Специализация «Теоретическая физика»

Дубна, 2011 г.

УМК разработан доктором физико-математических наук А.П. Исаевым

__________________/А.П.Исаев/

Протокол заседания кафедры теоретической физики
№_____ от «____»___________20_ г.

Заведующий кафедрой
теоретической физики __________________/Д.В.Фурсаев/

СОГЛАСОВАНО

Проректор по учебной работе ______________/С.В. Моржухина /
«___»_____________20__ г.

Декан факультета
естественных и инженерных наук ______________/А.С. Деникин/
«___»_____________20__ г.

Содержание

Пояснительная записка

Курс «Теория групп. Часть 1», относящийся к циклу общих математических и естественнонаучных дисциплин для бакалавров по направлению **010700.62** «Физика», предназначен для фундаментальной и профессиональной подготовки в областях, использующих методы квантовой механики, физики элементарных частиц и физики атомного ядра. Данный курс в определенной степени является продолжением курсов «Линейная алгебра», «Векторный и тензорный анализ» и «Теоретическая механика», которые читаются на первом и втором курсах, и завершает построение основ теории симметрий в физике и математике. Курс состоит из трех частей: «Конечные группы», «Группы и алгебры Ли и их представления», «Симметрические и однородные пространства».

Курс опирается на знания студентов, приобретенные при изучении основ математического анализа, линейной алгебры, тензорного анализа и теоретической механики и обеспечивает теоретическую подготовку и практические навыки в области физики элементарных частиц и атомного ядра. Целью курса является ознакомление студентов с фундаментальными методами теории групп и симметрий. Кроме того, теория групп и симметрий является основой для изучения других математических курсов и таких важнейших курсов теоретической физики как квантовая механика, теория гравитации и теория квантовых и классических полей.

Задачи курса: развить новые навыки применения мощных методов теории симметрий и теории групп, необходимых для решения различных задач, возникающих как в математике, так и в теоретической физике.

Изучение дисциплины предусматривает выполнение домашних и контрольных работ. Кроме того, предусмотрен набор вопросов и заданий для самостоятельной работы студентов. Заканчивается изучение курса в 6 семестре курсовой работой.

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования Московской области
«Международный университет природы, общества и человека «Дубна»
(университет «Дубна»)
Факультет естественных и инженерных наук
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
проректор по учебной работе

____________ С.В. Моржухина

«_____»___________2011 г.

П Р О Г Р А М М А Д И С Ц И П Л И Н Ы

Теория групп. Часть 1.

по направлению 010700.62 «ФИЗИКА»

Специализация «Теоретическая физика»

Форма обучения: очная

Уровень подготовки: *бакалавр*

Курс 3, семестр 6

г. Дубна, 2011 г.

Автор программы:
Исаев Алексей Петрович,
профессор кафедры теоретической физики ________________________
(подпись)

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования и учебным планом по направлению подготовки (специальности) 010700.62 **ФИЗИКА.**

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики

Протокол заседания № _____ от «____» ________________ 20____ г.

Заведующий кафедрой ________________ / Фурсаев Д.В. /
профессор (подпись)

Рецензент: ____
(ученая степень, ученое звание, Ф.И.О., место работы, должность)

СОГЛАСОВАНО
Декан ФЕИН ____________ /Деникин А. С. /
доцент (подпись)
«____» _________ 20__ г.

Руководитель библиотечной системы ___________________ / Черепанова В.Г. /
(подпись) (ФИО)

1. Требования ГОС ВПО

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору. Содержание дисциплины устанавливаются вузом.

2. Аннотация

Программа дисциплины «Теория групп. Часть 1» составлена в соответствии с ГОС ВПО для подготовки бакалавров по направлению 510400 «Физика». Дисциплина «Теория групп. Часть 1» входит в цикл общих математических и естественнонаучных дисциплин **и предусматривает** изучение основ теории симметрий в физике и математике. Курс состоит из следующих частей: «Конечные группы», «Группы и алгебры Ли и их представления», «Симметрические и однородные пространства, расслоения», «Гомотопические группы», «Группы Лоренца и Пуанкаре и их представления».

Место курса в профессиональной подготовке бакалавров

Курс опирается на знания студентов, приобретенные при изучении основ математического анализа, линейной алгебры, тензорного анализа и теоретической механики и обеспечивает теоретическую подготовку и практические навыки в области физики элементарных частиц и атомного ядра. Целью курса является ознакомление студентов с фундаментальными методами теории групп и симметрий. Кроме того, теория групп и симметрий является основой для изучения других математических курсов и таких важнейших курсов теоретической физики как квантовая механика, теория гравитации и теория квантовых и классических полей.

Формы работы студентов

Изучение дисциплины предусматривает выполнение домашних и контрольных работ. Кроме того, предусмотрен набор вопросов и заданий для самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов: изучения лекций и рекомендованной литературы, выполнение домашних работ, выполнение курсовой работы.

Виды текущего контроля – проверка домашних заданий и опросы во время семинарских занаятий. Текущий контроль проводится, чтобы установить степень усвоения студентами лекционного материала, а также проверить их уровень овладения методами решения конкретных задач теории групп.

Форма промежуточного контроля

Курсовая работа.

3. Цели и задачи дисциплины

Целью дисциплины является ознакомление студентов с фундаментальными методами теории групп и симметрий. Кроме того, теория групп и симметрий является основой для изучения других математических курсов и таких важнейших курсов теоретической физики как квантовая механика, теория гравитации и теория квантовых и классических полей.

Задачи дисциплины: развить новые навыки применения мощных методов теории симметрий и теории групп, необходимых для решения различных задач, возникающих как в математике, так и в теоретической физике.

4. Требования к уровню освоения содержания дисциплины (знания, умения, навыки)

В конце 1-ой части курса (конец 6-ого семестра) студент должен **свободно оперировать** понятиями унитарных групп и групп вращения, которые лежат в основе современных моделей фундаментальных взаимодействий, встречающихся в природе. Он должен **владеть** мощным аппаратом теории релятивистских симметрий, который основывается на теории групп Лоренца и Пуанкаре. Он должен **понимать**, что такое изоспин, спин, спиральность и другие квантовые характеристики элементарных частиц с точки зрения теории представлений унитарных групп и группы Пуанкаре.

5. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 6	Семестр 7
Общая трудоемкость дисциплины	100	100	
Аудиторные занятия	136	68	
Лекции (Л)	36	36	
Семинары (С)	36	36	
Самостоятельная работа (СР)	28	28	
Промежуточная аттестация	Курсовая работа	Курсовая работа	

6. Разделы дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины, содержание	Л	С	СР
1	Конечные группы	8	8	4
2.	Группы и алгебры Ли и их представления	22	22	20
3	Симметрические и однородные пространства	6	6	4
	Всего	36	36	28

Содержание разделов дисциплины

Семестр 6

Конечные группы

Группы (определения и примеры). Понятие симметрии. Определение группы, подгруппы, смежные классы, фактор- пространство, инвариантные подгруппы, фактор- группа, центр, прямое произведение групп. Конечные группы. Циклические группы, группы диэдра и их свойства. Таблицы Кэли.

Матричные группы (GL(n), SL(n), U(n), SU(n), O(n), SO(n), Sp(2n), Usp(2n)). Вычисление размерностей матричных групп (GL(n), SL(n),U(n), SU(n), O(n), SO(n), Sp(2n), Usp(2n)).

Отображения групп (гомоморфизм, изоморфизм, Ker, Im, точные последовательности). Инвариантные подгруппы как образ и ядро гомоморфных отображений.

Группы и алгебры Ли и их представления
Многообразия. Группы Ли (ГЛ) и алгебры Ли (АЛ) (общая теория и примеры). АЛ матричных групп. Комплексные и вещественные АЛ. Вещественные формы ГЛ.

Простые и полупростые АЛ. Компактные ГЛ и АЛ. Универсальные накрывающие ГЛ. Группа SU(2) как накрывающая группа группы SO(3).

Суммирование и интегрирование на группах. Метрика на группе, мера Хаара Инвариантные меры на унитарных группах SU(n).

Линейные (матричные) представления ГЛ и АЛ. Прямое произведение и прямая сумма представлений. Эквивалентные представления. Приводимые и неприводимые представления.

Характер представления. Леммы Шура. Элементы теории характеров. Характеры циклических групп и групп диэдра.

Присоединенные представления АЛ и ГЛ. Обертывающие АЛ и операторы Казимира. Оператор Казимира для АЛ su(2).

Конечномерные неприводимые представления АЛ sl(2), su(2) и ГЛ SU(2) (представления со старшим весом). Примеры представлений со старшим весом.

Ряд Клебша-Гордана. Вычисление коэффициентов Клебша-Гордана для группы SU(2).

Группа перестановок (симметрическая группа) S_n. Классы сопряженных элементов группы S_n. Диаграммы Юнга. Группа перестановок (симметрическая группа) S_n. Классы сопряженных элементов группы S_n. Диаграммы Юнга. Неприводимые представления группы S_n и их размерности. Граф Юнга.

Унитарная группа SU(n) и ее алгебра Ли. Базис Картана-Вейля для АЛ su(n). Образующие группы SU(3). Матрицы Гелл-Манна и их свойства.

Определяющее, фундаментальное и тензорные представления SU(n). Неприводимые представления SU(3). Кварки.

Дуальность Шура - Вейля. Диаграммы Юнга для неприводимых представлений SU(n). Формула Вейля. Вычисление размерностей неприводимых представлений SU(n) по диаграмме Юнга.

Симметрические и однородные пространства
Однородные и симметрические пространства. Примеры однородных и симметрических пространств: сферы, грассманианы,

Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)
1	1	Конечные группы. Циклические группы, группы диэдра и их свойства. Таблицы Кэли.
2	1	Вычисление размерностей матричных групп (GL(n), SL(n),U(n), SU(n), O(n), SO(n), Sp(2n), Usp(2n)).
3	1	Инвариантные подгруппы как образ и ядро гомоморфных отображений.

4	2	Комплексные и вещественные АЛ. Вещественные формы ГЛ.
5	2	Группа SU(2) как накрывающая группа группы SO(3).
6	2	Инвариантные меры на унитарных группах SU(n).
7	2	Эквивалентные представления. Приводимые и неприводимые представления.
8	2	Характеры циклических групп и групп диэдра.
9	2	Оператор Казимира для АЛ su(2).
10	2	Примеры представлений со старшим весом.
11	2	Вычисление коэффициентов Клебша-Гордана для группы SU(2).
12	2	Неприводимые представления группы S_n и их размерности. Граф Юнга.
13	2	Образующие группы SU(3). Матрицы Гелл-Манна и их свойства.
14	2	Неприводимые представления SU(3). Кварки.
15	2	Вычисление размерностей неприводимых представлений SU(n) по диаграмме Юнга.
16	3	Примеры однородных и симметрических пространств: сферы, грассманианы,
17	3	Сдача курсовых работ
18		Зачетная неделя

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Хамермеш М.** Теория групп и ее применение к физическим проблемам - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 588с.
2. **Исаев А.**П. Теория групп и симметрий. Учебное пособие. УНЦ-2010-46 – Дубна, Издательство ОИЯИ 2010. – 113с.
3. **Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.** Современная геометрия. Методы и приложения: Учебное пособие для вузов - М.: Наука, 1979. - 759с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. **Понтрягин Л.С.** Избранные научные труды: В 3 т., Т.3 : Непрерывные группы - М.: Наука, 1988. - 342с.

5. **Боголюбов Н.Н.** Собрание научных трудов: В 12 т. Т.10 : Квантовая теория: Введение в теорию квантованных полей / Боголюбов Николай Николаевич, Ширков Дмитрий Васильевич; - М.: Наука, 2008. - 736с.

1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

оверхэд
мультимедийный проектор

2. Формы контроля и оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Контрольные задачи по курсу «Теория групп. Часть 1»

1. Показать, что имеется взаимно однозначное соответствие между элементами группы C_n и элементами группы Z_n.
2. Выписать все элементы и найти порядок дициклической группы Q_{2n}.
3. Составить таблицы Кэли для групп симметрии правильного треугольника D_3 и квадрата D_4.
4. Составить таблицу Кэли для группы перестановок трех элементов S_3 и доказать изоморфизм $D_3 = S_3$.
5. Построить матричные (3 x 3) и (4 x 4) представления для групп D_3 и D_4.
6. Найти классы сопряженности для групп D_{2n} и D_{2n+1}.
7. Доказать, что инвариантная подгруппа A_n в группе S_n имеет порядок $n!/2$, и что факторгруппа $S_n / A_n = C_2 = Z_2$.
8. Доказать, что набор из двух элементов -- первой транспозиции (1,2) и самого длинного цикла (1,2,…, n) являются образующими группы S_n.
9. Доказать, что порядки групп T, W, P собственных вращений тетраэдра, куба (октаэдра), додекаэдра (икосаэдра), соответственно равны 12, 24, 60.
10. Установить изоморфизм между группами SO(2) и U(1)
11. Описать группу GL(1, C).
12. Доказать, что подмножество SO(n) в группе O(n) ортогональных (n x n) матриц O с условием det(O)=-1$ группу не образует
13. Доказать, что дробно линейные преобразования $z \rightarrow z'=g(a,b,c,d,z)$ параметра z: $z \rightarrow z' = \{a z +b\}/\{c z +d\}$, где (a d - b c не равно 0) образуют группу GL(2).
14. Доказать, что группа SO(n) является инвариантной подгруппой в O(n).
15. Описать смежные классы группы O(n) по подгруппе SO(n).
16. (теорема Лагранжа) Доказать, что порядок и индекс подгруппы H в конечной группе G являются делителями порядка группы G.
17. Найти факторгруппу O(n)/SO(n).
18. Доказать, что G_1 и G_2 -- инвариантные подгруппы в $(G_1 \times G_2)$ и проверить изоморфизм $(G_1 \times G_2) / G_1 = G_2$ (аналогично, $(G_1 \times G_2) / G_2 = G_1$).
19. Доказать изоморфизмы $D_2 = (Z_2 \times Z_2)$ и $D_6 = Z_2 \times D_3$.
20. Описать классы сопряженных элементов группы O(2).

21. Доказать, что центр Z в группе G образует абелеву инвариантную подгруппу в G.
22. Доказать, что конечная группа G, имеющая порядок p, где p --простое число, единственна и $G = Z_p=C_p$.
23. Докажите, что если порядок группы G равен $2n$, а H -- подгруппа в G порядка n, то H -- нормальная подгруппа в G.
24. Найти факторгруппу аддитивной группы целых чисел, кратных 3, по подгруппе чисел, кратных 15.
25. Доказать, что нечетно-мерная кососимметричная матрица всегда вырождена.
26. Найти размерность пространства специальных ортогональных матриц $SO(n,C)$.
27. Найти размерность пространства симплектических матриц $Sp(2r,C)$.
28. Доказать, изоморфизм $Sp(2,C) = SL(2,C)$.
29. Найти размерность пространств псевдоунитарных матриц $U(p,n-p)$ и $SU(p,n-p)$.
30. Доказать, что $U(p,q)/U(1) = SU(p,q)/Z_n = PSU(p,q)$.
31. Показать, что имеется взаимно-однозначное соответствие фактор-пространства $SO(3)/SO(2)$ и двумерной сферы: $SO(3)/SO(2) = S^2$.
32. Построить таблицу характеров для группы C_4.
33. Найти размерности вещественных многообразий групп $O(n)$, $U(n)$ и $SU(n)$.
34. Доказать, что оператор $J^2 = M^{mn} M_{mn}$ (квадратичный оператор Казимира) является центральным элементом для алгебры Ли группы $SO(p,q)$.
35. Доказать, что операторы $(\Gamma_m \Gamma_n - \Gamma_n \Gamma_m)$, где Γ_m – матрицы Дирака, образуют алгебру Ли группы Лоренца.
36. Доказать, что операторы $L_n = z^n (d/d z)$ (z – комплексное, а n- целое число) образуют алгебру Ли. Найти определяющие соотношения для этой алгебры Ли. Какая группа Ли соответствует этой алгебре?

Темы курсовых работ по дисциплине «Симметрии и теория групп» (6-ой семестр).

При оформлении курсовых работ рекомендуется пользоваться системой LaTEX, так как она удобна для набора формул. Пример оформления выложен на сайте кафедры http://theor.jinr.ru/~physics

1. Группа перестановок. Элементы теории матричных представлений группы перестановок.

2. Группа симметрий тетраэдра, октаэдра и икосаэдра. Образующие, определяющие соотношения, таблица Кэли.
3. Аналог теоремы Эйлера для 3-х мерной сферы S^3. Замощение S^3 полиэдрами.
4. Группы и алгебры Ли.
5. Унитарные матрицы и унитарные группы. Группа SU(2) и ее алгебра Ли. Матрицы Паули.
6. Унитарные матрицы и унитарные группы. Группа SU(3) и ее алгебра Ли, матрицы Гелл-Манна.
7. Ортогональные матрицы и группы вращения. Группа SO(3) и ее алгебра Ли.
8. Ортогональные матрицы и группы вращения. Группа Лоренца и ее алгебра Ли.
9. Алгебры осцилляторов. Представление алгебр Ли для групп SL(n) и Sp(2n) с помощью осцилляторов.
10. Матрицы Дирака, их свойства и представления.
11. Спинорные представления группы Лоренца. Майорановские и дираковские спиноры.
12. Алгебры с делением. Группа и алгебра кватернионов.
13. Алгебры с делением (ассоциативные и неассоциативные). Октонионы.
14. Спин и изотопический спин (протон-нейтрон), оболочечная модель ядра, магические числа.
15. Унитарная симметрия в физике элементарных частиц, кварки.
16. Релятивистское уравнение Дирака для электрона и позитрона во внешнем поле.
17. Модель неабелевых калибровочных полей.
18. Скрытая O(4) и O(3,1) симметрия в квантовой модели атома водорода.
19. Фермионы. Суперсимметрия. Супергруппы и супералгебры Ли.

IV. Учебно-методические материалы

Методические рекомендации преподавателю

Данный курс основывается на математических дисциплинах, изучаемые в первые три года обучения (математический анализ, линейная алгебра, тензорный анализ, методы математической физики), и может рассматриваться как введение в те разделы современной математики (функциональный анализ, дифференциальная геометрии и другие), которые студенту-теоретику обязательно предстоит в той или иной форме изучать в магистратуре, аспирантуре. Кроме этого современная теоретическая физика элементарных частиц и теоретическая физика ядра во многом основывается на теории групп и теории симметрий. Этими соображениями и обусловлен отбор материала для данного курса. Необходимо всячески подчеркивать связь методов, применяемых при исследовании физических моделей и абстрактной математики теории групп. Следует закреплять теоретические сведения, предлагаемые в лекциях, на семинарских занятиях.

Методические указания студентам

Конспект всего курса лекций «Лекции по теории симметрий и теории групп» доступен в электронном виде и может быть получен любым студентом. Эти конспекты содержат весь материал курса, включая задачи. Помимо очевидной помощи при последовательном изучении предмета, они могут служить еще и тестом на понимание и усвоение материала. Важным является выполнение всех домашних заданий и самостоятельное решение задач, приведенных в курсе лекций.

Методические указания по курсовой работе

При оформлении курсовых работ рекомендуется пользоваться системой LaTEX, так как она удобна для набора формул. Пример оформления выложен на сайте кафедры http://theor.jinr.ru/~physics

V. Материалы, устанавливающие содержание и порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Контрольные задачи по курсу «Теория групп. Часть 1»

1. Показать, что имеется взаимно однозначное соответствие между элементами группы C_n и элементами группы Z_n.
2. Выписать все элементы и найти порядок дициклической группы Q_{2n}.
3. Составить таблицы Кэли для групп симметрии правильного треугольника D_3 и квадрата D_4.
4. Составить таблицу Кэли для группы перестановок трех элементов S_3 и доказать изоморфизм D_3 = S_3.
5. Построить матричные (3 x 3) и (4 x 4) представления для групп D_3 и D_4.
6. Найти классы сопряженности для групп D_{2n} и D_{2n+1}.
7. Доказать, что инвариантная подгруппа A_n в группе S_n имеет порядок n!/2, и что факторгруппа S_n / A_n = C_2 = Z_2.
8. Доказать, что набор из двух элементов -- первой транспозиции (1,2) и самого длинного цикла (1,2,…, n) являются образующими группы S_n.
9. Доказать, что порядки групп T, W, P собственных вращений тетраэдра, куба (октаэдра), додекаэдра (икосаэдра), соответственно равны 12, 24, 60.
10. Установить изоморфизм между группами SO(2) и U(1)
11. Описать группу GL(1, C).
12. Доказать, что подмножество SO(n) в группе O(n) ортогональных (n x n) матриц O с условием det(O)=-1$ группу не образует
13. Доказать, что дробно линейные преобразования z → z'=g(a,b,c,d,z) параметра z:
z →z' = {a z +b}/{c z +d}, где (a d - b c не равно 0) образуют группу GL(2).
14. Доказать, что группа SO(n) является инвариантной подгруппой в O(n).
15. Описать смежные классы группы O(n) по подгруппе SO(n).
16. (теорема Лагранжа) Доказать, что порядок и индекс подгруппы H в конечной группе G являются делителями порядка группы G.
17. Найти факторгруппу O(n)/SO(n).
18. Доказать, что G_1 и G_2 -- инвариантные подгруппы в (G_1 x G_2) и проверить изоморфизм (G_1 x G_2) / G_1 = G_2 (аналогично, (G_1 x G_2) / G_2 = G_1).
19. Доказать изоморфизмы D_2 = (Z_2 x Z_2) и D_6 = Z_2 x D_3.
20. Описать классы сопряженных элементов группы O(2).
21. Доказать, что центр Z в группе G образует абелеву инвариантную подгруппу в G.
22. Доказать, что конечная группа G, имеющая порядок p, где p --простое число, единственна и G = Z_p=C_p.
23. Докажите, что если порядок группы G равен 2n, а H -- подгруппа в G порядка n, то H -- нормальная подгруппа в G.
24. Найти факторгруппу аддитивной группы целых чисел, кратных 3, по подгруппе чисел, кратных 15.
25. Доказать, что нечетно-мерная кососимметричная матрица всегда вырождена.
26. Найти размерность пространства специальных ортогональных матриц SO(n,C).
27. Найти размерность пространства симплектических матриц Sp(2r,C).
28. Доказать, изоморфизм Sp(2,C) = SL(2,C).
29. Найти размерность пространств псевдоунитарных матриц U(p,n-p) и SU(p,n-p).
30. Доказать, что U(p,q)/U(1) = SU(p,q)/Z_n = PSU(p,q).
31. Показать, что имеется взаимно-однозначное соответствие фактор-пространства SO(3)/SO(2) и двумерной сферы: SO(3)/SO(2) = S^2.
32. Построить таблицу характеров для группы C_4.
33. Найти размерности вещественных многообразий групп O(n), U(n) и SU(n).

34. Доказать, что оператор $J^2 = M^{mn} M_{mn}$ (квадратичный оператор Казимира) является центральным элементом для алгебры Ли группы SO(p,q).
35. Доказать, что операторы $(\Gamma_m \Gamma_n - \Gamma_n \Gamma_m)$, где Γ_m – матрицы Дирака, образуют алгебру Ли группы Лоренца.
36. Доказать, что операторы $L_n = z^n (d/d z)$ (z – комплексное, а n- целое число) образуют алгебру Ли. Найти определяющие соотношения для этой алгебры Ли. Какая группа Ли соответствует этой алгебре?

Темы курсовых работ по дисциплине «Теория групп. Часть 1»

При оформлении курсовых работ рекомендуется пользоваться системой LaTEX, так как она удобна для набора формул. Пример оформления выложен на сайте кафедры http://theor.jinr.ru/~physics

1. Группа перестановок. Элементы теории матричных представлений группы перестановок.

2. Группа симметрий тетраэдра, октаэдра и икосаэдра. Образующие, определяющие соотношения, таблица Кэли.

3. Аналог теоремы Эйлера для 3-х мерной сферы S^3. Замощение S^3 полиэдрами.

4. Группы и алгебры Ли.

5. Унитарные матрицы и унитарные группы. Группа SU(2) и ее алгебра Ли. Матрицы Паули.

6. Унитарные матрицы и унитарные группы. Группа SU(3) и ее алгебра Ли, матрицы Гелл-Манна.

7. Ортогональные матрицы и группы вращения. Группа SO(3) и ее алгебра Ли.

8. Ортогональные матрицы и группы вращения. Группа Лоренца и ее алгебра Ли.

9. Алгебры осцилляторов. Представление алгебр Ли для групп SL(n) и Sp(2n) с помощью осцилляторов.

10. Матрицы Дирака, их свойства и представления.

11. Спинорные представления группы Лоренца. Майорановские и дираковские спиноры.

12. Алгебры с делением. Группа и алгебра кватернионов.

13. Алгебры с делением (ассоциативные и неассоциативные). Октонионы.

14. Спин и изотопический спин (протон-нейтрон), оболочечная модель ядра, магические числа.

15. Унитарная симметрия в физике элементарных частиц, кварки.

16. Релятивистское уравнение Дирака для электрона и позитрона во внешнем поле.

17. Модель неабелевых калибровочных полей.

18. Скрытая O(4) и O(3,1) симметрия в квантовой модели атома водорода.

19. Фермионы. Суперсимметрия. Супергруппы и супералгебры Ли.